Жылуэнергетикасындағы сандық әдістер

Лекция 1

Зерттеу әдістері. Сандық әдістер. Дифференциалдық теңдеулердің классификациясы.

Методы исследований. Классификация дифференциальных уравнений.

Лектор: Оспанова Ш.С., PhD, аға оқытушы

ВВЕДЕНИЕ

Методы исследования в физике:

Теоретические

Экспериментальные

Решение математических уравнений

Численные

Результаты – таблицы и графики

Численные методы – это самостоятельные методы исследований, отличные от теоретических и экспериментальных методов, и дополняющие их.

ҚАРАПАЙЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ДЕРБЕС ТУЫНДЫЛЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР

- Егер дифференциалдық теңдеудегі белгісіз функция бір *ғана айнымалыға тәуелді болса*, онда мұндай дифференциалдық теңдеу *қарапайым* дифференциалдық теңдеу деп аталады. **f(x)**

- Егер дифференциалдық теңдеудегі белгісіз функция бірнеше айнымалыға *тәуелді болса,* онда мұндай дифференциалдық теңдеу *дербес туындылы* дифференциалдық теңдеу деп аталады. **f(x, y)**

Обыкновенные дифференциальные уравнения и дифференциальные уравнения в частных производных.

- Если неизвестная функция в дифференциальном уравнении зависит *только от одной переменной*, то такое дифференциаль- ное уравнение называется *обыкновенным* дифференциальным уравнением: **f(x)**

- Если неизвестная функция в дифференциальном уравнении зависит *от нескольких переменных*, то такое дифференциальное уравнение называется дифференциальным уравнением *в частных производных*: **f(x, y)**

дифференциальных уравнений

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) и дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП).

Одномерное ур-е погр. слоя:

$$\rho u \frac{du}{dx} = -\frac{dp}{dx} + \xi \frac{\rho u^2}{2d}, \quad u(x),\ p(x) \qquad (1)$$

Двумерное ур-е погр. слоя:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \upsilon \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad u(x,y),\ p(x,y) \qquad (2)$$

Волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2}, \quad \upsilon(x,t) \qquad (3)$$

Реті

- Теңдеудің реті дифференциалдық теңдеудің құрамына кіретін *ең жоғарғы туындының* ретіне тең.
- Мысалы, (1) теңдеу – І ретті, ал (2) теңдеу - ІІ ретті. ІІ ретті теңдеуді жалпы жағдайда мынадай түрде көрсетуге болады:

$$A\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+B\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}+C\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+D\frac{\partial f}{\partial x}+E\frac{\partial f}{\partial y}+Ff=G \qquad (1)$$

Порядок уравнения

- Порядок уравнения равен *порядку наивысшей производной*, входящей в дифференциальное уравнение.
- Например, уравнение (1) – I порядка, уравнение (2) – II порядка. Уравнение II порядка в самом общем случае можно представить в виде:

$$A\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+B\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}+C\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+D\frac{\partial f}{\partial x}+E\frac{\partial f}{\partial y}+Ff=G \qquad (1)$$

II РЕТТІ ТЕҢДЕУЛЕР КЕЛЕСІ ТҮРГЕ ЖІКТЕЛЕДІ:

- *а)* егер $B^2\text{-}4AC=0$ болса, онда (1) **параболалық теңдеу** болады;
- *б)* егер $B^2\text{-}4AC<0$ болса, онда (1) **эллипстік теңдеу** болады;
- *в)* егер $B^2\text{-}4AC>0$ болса, онда (1) **гиперболалық теңдеу** болады.

Классификация уравнений 2-го порядка

- Уравнения II порядка классифицируются следующим образом:
- *а)* если B^2*-4AC=0*, то уравнение (1) является ***параболическим уравнением***;
- *б)* если B^2*-4AC<0*, то уравнение (1) является ***эллиптиче-ским уравнением***;
- *в)* если B^2*-4AC>0*, то уравнение (1) является ***гиперболиче ским***.

Сызықтылық

- Сызықты деп құрамындағы *тәуелді айнымалы мен оның барлық туындылары өзара сызықты байланысқан* дифференциалдық теңдеуді айтады, оған қоса олар бір-біріне көбеймейді, дәрежеге шығарылмайды, трансцендентті функцияның аргументі бола алмайды және т.с.с.

Линейность

- Линейным называется такое дифференциальное уравнение, в которое *зависимая переменная и все ее производные входят линейным образом*, в частности, они не умножаются друг на друга, не возводятся в степень, не являются аргументами транс-цендентных функций и т.п.
- Большинство уравнений, описывающих теплофизические явления и процессы, являются нелинейными

Біртектілік

- (1) дифференциалдық теңдеу ***біртекті*** деп аталады, егер *оның оң жақ бөлігі барлық x және y үшін нөлге тең болса*. Керісінше жағдайда теңдеу ***біртексіз*** деп аталады.
  - G (x, y)=0

$$A\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+B\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}+C\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+D\frac{\partial f}{\partial x}+E\frac{\partial f}{\partial y}+Ff=G$$

Однородность

- Дифференциальное уравнение вида (1) называется ***одно-родным***, *если его правая часть равна нулю* для всех x и y. В противном случае оно называется ***неоднородным***.

$$A\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+B\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}+C\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+D\frac{\partial f}{\partial x}+E\frac{\partial f}{\partial y}+Ff=G$$

- Аналитически можно решить, как правило, только обыкновенные линейные дифференциальные уравнения (да и то далеко не все) и только некоторые специальные виды дифференциальных уравнений в частных производных. Для всех остальных уравнений, а особенно для уравнений и систем уравнений, описывающих реальные задачи, имеющие практическое приложение, численные методы являются практически единственными методами решения.

Мысал

- Мына теңдеуді классификацияға жіктеп көрейік:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial f}{\partial y} = 4$$

1) f (x, y) – дербес туындылы
2) II ретті

$$A\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + D\frac{\partial f}{\partial x} + E\frac{\partial f}{\partial y} + Ff = G$$

A=1, B=-1, C=0, D=0, E=1, F=0, G=4

D=1-4x1x0=1 > 0 - гипербола

Сызықты
Біртексіз